organismes com de grups de treball i docents concrets. El treball en xarxa ja havia començat en la gènesi del procés, però la xarxa encara era molt petita.

Un primer front d'actuació eren els canals de difusió. Aquestes mateixes pàgines i els diferents articles publicats en revistes del nostre àmbit ja en són una mostra; però també podem parlar del lloc web del C^{2}EM, del quadríptic que s'ha editat o de les presentacions en diferents trobades de professorat, amb especial esment a les Jornades Conjuntes, una de les quals, a la seu de la SCM el setembre del 2017, i també la que està prevista per al setembre vinent, novament a la seu de la SCM, centrada en la línia d'impuls 3.

Entre altres línies d'actuació podem destacar l'estreta coordinació establerta amb quatre comissions de treball recentment creades en el si de la Feemcat (Formació, Coordinació d'Espais Web, Comunicació i Divulgació Matemàtica) per tal que els seus esforços convergeixin amb la tasca d'impuls. També mereixen un esment especial els tallers que s'estan duent a terme anualment des del curs 2016/17 en totes les jornades de les associacions de professorat de la Feemcat (APMCM, Ademgi, APaMMs, ABEAM i Lleimat), per donar a conèixer les línies d'impuls i les accions ja posades en marxa, i al mateix temps, donar espais perquè els assistents participin en l'impuls, i afavorir així una complicitat que porti a una implicació posterior, tant en l'àmbit personal com en el de centre, en el de grups de treball o en el de zones geogràfiques.

Fent camí cap al C^{2}EM 2020

Les línies d'impuls, així com tot el treball previ i tot el treball en xarxa que comportarà la seva difusió, també tenen com a important finalitat preparar el camí per a la futura organització del proper Congrés Català d'Educació Matemàtica (C^{2}EM 2020), que se celebrarà entre Reus i Tarragona els dies 7, 8 i 9 de juliol del 2020, d'una banda implicant i dinamitzant el professorat i, de l'altra, preparant el terreny per tal que el Comitè Científic pugui definir, amb tot l'encert possible, les línies de treball del Congrés.

Haurà estat un repte important, la valoració del qual es farà durant el Congrés, on ja ens citem tots plegats!

Premi Évariste Galois 2019

Robert Cardona
Universitat Politècnica de Catalunya

Aquest treball estudia i relaciona principalment dos camps: la geometria singular simplèctica i els sistemes integrables. Aquest darrer implica de manera molt directa diferents camps de les matemàtiques com ara els sistemes dinàmics, la física matemàtica i la geometria diferencial. Des de punt de vista de la física matemàtica els sistemes integrables són sistemes hamiltonians que es poden integrar usant quadratures. La geometria simplèctica és l'entorn geomètric on es formula la mecànica hamiltoniana, donada en forma normal a $\mathbb{R}^{2n}$ amb coordenades (q,p) per les equacions:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \\ \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} \end{cases},$$

on q son les posicions, p els moments i H el hamiltonià que governa el moviment. L'estructura simplèctica canònica associada a les equacions és la següent:

$$\omega_0 = \sum_{i=1}^{n} dq_i \wedge dp_i \,.$$

En una varietat simplèctica qualsevol (M, ω) tot entorn té la forma $(\mathbb{R}^{2n}, \omega_0)$. Un sistema integrable és un sistema hamiltonià que admet $n-1$ integrals primeres addicionals. Un teorema clàssic i important en sistemes integrables és el teorema d'Arnold Liouville. Entre altres coses, implica que el conjunt de nivell de tot valor regular compacte del sistema $F = (f_1 = H, \ldots, f_n)$ és un tor de dimensió n. La demostració clàssica utilitza que el conjunt admet una acció de $\mathbb{R}^n$ que quocienta per un grup discret d'isotropia. El primer resultat que presentem és una generalització d'un teorema de topologia diferencial: el teorema de Tischler. L'utilitzem per redemostrar que aquests conjunts regulars són tors d'una manera diferent i en certa manera dual: utilitzem l'existència d'unes certes formes diferencials en lloc d'usar l'acció de $\mathbb{R}^n$.

Ens interessem aleshores amb una generalització d'estructures simplèctiques suposant que admeten una singularitat transversa. És a dir, que la seva forma normal ara és:

$$\omega_f = q_1 dq_1 \wedge dp_1 + \sum_{i=2}^{n} dq_i \wedge dp_i.$$

Anomenem aquestes formes *estructures simplèctiques plegades*. En el context de la geometria simplèctica usual, un mètode molt utilitzat és el conegut *mètode del camí de Moser*, que té diverses implicacions i s'aplica en general a formes de volum. Així doncs, demostrem una generalització d'aquest mètode per a formes de volum amb singularitats transverses, en particular amb aplicació a estructures simplèctiques plegades en dimensió 2. Utilitzant un mètode de desingularització, relacionem les formes de volum amb singularitats transverses i les estructures de b-Nambu, que són formes de volum amb singularitat amb forma normal:

$$\Theta_N = \frac{1}{x_1} dx_1 \wedge dx_2 \cdots \wedge dx_n,$$

en una varietat de dimensió n. En particular, que dues estructures de b-Nambu equivalents es desingularitzen en dues formes de volum amb singularitats transverses equivalent, donant un teorema de compatibilitat.

Tornant a l'àmbit dels sistemes integrables, donem una definició particular de sistema integrable en varietats simplèctiques plegades i demostrem un teorema de Liouville-Arnold complet per a aquests sistemes. També donem exemples i mètodes per generar exemples d'aquests sistemes integrables: en particular, a través de desingularització de sistemes b-integrables, i també generalitzant un aixecament al fibrat cotangent.

A l'última part del treball busquem relacions amb la física en dos àmbits: la mecànica celeste i la hidrodinàmica. Estudiem un exemple de col·lisió en el problema restringit dels tres cossos. Aquests problemes sempre s'estudien fent canvis adequats a les equacions deixant de banda l'estructura geomètrica. Presentem una anàlisi geomètrica d'aquesta estructura sota els canvis de coordenadas usats per estudiar la col·lisió. Obtenim estructures amb singularitats, més generals que les presentades al primer capítol. Això indica la importància d'estudiar aquestes estructures.

En l'aplicació a la hidrodinàmica, la clau és la formulació geomètrica de les equacions d'Euler estacionàries en una varietat Riemaniana (M, g) de qualsevol dimensió. Si denotem u el camp de velocitats d'un fluid ideal incompressible, i usant la forma dual a la mètrica $\alpha = \iota_u g$, les equacions s'escriuen:

$$\begin{cases} \iota_u d\alpha = -dB \\ d\iota_u \mu = 0 \end{cases},$$

on μ és una forma de volum a M. La funció B s'anomena *funció de Bernoulli* i està relacionada amb la pressió del fluid P per la fórmula $B = P + g(u, u)$. Això permet estudiar aquests fluids en un context de geometria diferencial. Centrant-nos en el cas de dimensió3, quan la funció de Bernoulli és no constant el camp u té una estructura molt semblant a la d'un sistema integrable en una varietat simplèctica. De fet, els conjunts on el fluid és regular estan fibrats per tors o cilindres de dimensió 2 de la següent manera. Existeix un conjunt de codimensió positiva C tal que cada component connex U_i de $M \backslash C$ és de la forma $U_i \cong T^2 \times I$ o bé $U_i \cong I \times (I \times S^1)$ on $I = [0, 1]$. Aquest és el teorema estructural d'Arnold, i usant un teorema de Tischler refinat també en presentem una demostració alternativa. Finalment, i per relacionar-ho amb les estructures amb singularitats del tipus pol (anomenades b-simplèctiques), analitzem els conjunts singulars del fluid dins el conjunt C. Hi trobem de manera natural estructures b-simplèctiques quan assumim que B és Morse-Bott. Aquestes són formes simplèctiques que van a l'infinit en una direcció quan s'acosten a una hipersuperfície i que desingularitzen en formes plegades. Així doncs, el treball fa aportacions a tots els àmbits esmentats al principi: sistemes dinàmics, geometria diferencial i física matemàtica.

Conversa a dues bandes

Joaquim i Maria Bruna

Albert Avinyó
Editor de la *SCM/Notícies*

Des que vaig iniciar aquesta secció ja fa més de tres anys, sempre havia pensat que una bona conversa podria ser entre un pare/mare matemàtic i un fill o filla també matemàtic. Fa un parell o tres de mesos, la Maria Aguareles, companya de departament a la UdG, em va suggerir que ho proposés al Joaquim Bruna, catedràtic d'Anàlisi de la UAB, i a la seva filla Maria, graduada per la UPC, doctora en Matemàtica Aplicada per la Universitat d'Oxford i actualment *lecturer* al Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics (DAMTP) i *fellow* de Churchill College a la Universitat de Cambridge. Gràcies a les gestions de la Maria Aguareles, tots dos van acceptar la proposta ràpidament i vam decidir dur-la a terme durant l'estada que la Maria Bruna va fer aquest hivern al CRM.

Joaquim: Potser podem començar parlant de l'època en què anàveu a l'escola. Tu creus que la meva feina com a matemàtic es projectava en el dia a dia de casa?

Maria: El primer record de petita que em ve al cap de la teva feina és que passaves llargs períodes fora de casa. No entenia gaire bé el que hi feies, a banda de comprar-nos regals molt xulos que ningú a l'escola havia vist mai (sobretot els dels Estats Units).

J: Sí. Jo en aquella època passava una mitjana de tres mesos a l'any fora de casa... I, sense poder-nos comunicar via Skype com ara, es feia difícil.

M: D'altra banda, recordo que quan tu eres a casa, segurament hi eres present molt més que altres pares. Per exemple, jo jugava a hoquei i recordo que podies venir a molts entrenaments i partits...

J: I tant! No em vaig perdre ni un partit!

M: A més, jo i el meu germà vam fer la primària a l'Escoleta, l'escola de la UAB i, per tant, no era estrany entre els companys de classe que el teu pare fos professor d'universitat...

J: El que crec que no feia era emportar-me la feina a casa i tancar-me al meu despatx...

M: És cert. En aquest sentit, recordo més la mare, que era (ara ja està jubilada) professora de matemàtiques de secundària, passar-se la tarda del diumenge corregint exàmens... Ara potser la feina del professor universitari ha canviat una mica; hi ha més administració, més burocràcia, i també més mitjans tecnològics que permeten treballar des de casa.

J: Dona... Què vol dir fer feina? Els matemàtics, de feina, en fem sempre. La recerca només es pot fer obsessivament. Quan tenim un problema, hi pensem tot el dia, encara que estiguem fent una altra cosa...

M: Però és cert que la teva recerca no la portaves a l'àmbit familiar. Jo no recordo mai parlar de matemàtiques a taula, a l'hora de sopar.

J: No. En aquells anys va ser més rellevant per a vosaltres la professió de la mare que la meva. Jo crec que només vaig anar una única vegada a les reunions de pares de l'escola... Però és que, sortosament, tu i els teus germans sempre heu estat bons estudiants, i autònoms!